KATA LOGO Mathematik - Statistik - Kombinatorik

Werkzeug	Problemstellung	Δ Elemente	# Stapel	Mit Zurücklegen = wiederholen	Beachtung Reihenfolge = geordnet	Berechnung # Möglichkeiten	Formel	# Möglichkeiten
	Urnenmodell generell: Mit Zurücklegen.	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	$n \cdot n = n^2$	
	Urnenmodell generell: Ohne Zurücklegen	ja	1	nein	ja	Potenzmenge - minus 1	$n \cdot (n-1)$	
Permutation = Anordnungen	**Mit und ohne Wiederholung. Alle Objekte werden ausgewählt.**							
	Verwendung aller Elemente	ja	1	nein	ja	Fakultät	$n!$	
	Abbildung von 4 Buchstaben zu einem vierbuchstabigem "Wort" in allen Abbildungen. Verwendung aller Elemente	4 x	1	nein	ja	Fakultät	$4!$	24
	4 Δ Personen auf 4 Δ Sitzplätze plazieren	4 x	1	nein	ja	Fakultät	$4!$	24
	Manche Objekte nicht unterscheidbar. Wenn k Objekte identisch, dann auf ihren Plätzen vertauschbar, ohne neue Reihenfolge	ja		ja			$\frac{n!}{k!}$	
	>1 Gruppe (s Gruppen) mit jeweils k1,...,ks identischen Objekten, so können all diese Objekte auf ihren Plätzen vertauscht werden	ja		ja		Multinomial-koeffizient	$\frac{n!}{k! \cdot \ \dots \ \cdot ks!}$	
	4 farbige Kugeln in einer Reihe, wenn genau 2 der Kugeln die gleiche Farbe aufweisen	4 x		ja		Multinomial-koeffizient	$\frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!!}$	12

Letzte Aktualisierung 10.03.2015

© ANA LOGO 2015

	4 farbige Kugeln in einer Reihe, wenn jeweils 2 Kugeln gleichfarbig sind.	4 x		ja		Multinomial-koeffizient	$\frac{4!}{2! \cdot 2!}$	6
Werkzeug	**Problemstellung**	**Δ Elemente**	**# Stapel**	**Mit Zurücklegen = wiederholen**	**Beachtung Reihenfolge = geordnet**	**Berechnung # Möglichkeiten**	**Formel**	**# Möglichkeiten**
Variation	**Mit und ohne Wiederholung. Nicht alle Objekte werden ausgewählt*. Reihenfolge spielt eine Rolle. Anzahl aller Möglichkeiten.**							
	n-k-Variationen - mit Zurücklegen. Jedes der n Objekte kann auf jedem der k Plätze der Auswahl erscheinen.	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	n^k - z. B. $6^2 = 36$ in z.B. $\{1,2,3,4,5,6\}^2 = \{(1,1),(1,2),...(6,6)\}$	
	Urnenmodell: 5 Kugeln, 3 Ziehungen.	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	5^3	125
	11 Tipps beim 11er Toto: Jeweils 0, 1 oder 2. Wieviel maximale Tipps?	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	Man zieht aus drei Ergebnissen: also 3^{11}	177.147
	Zusammensetzen der Buchstaben a,b,c,d mit Wiederholung zu einem vierbuchstabigem "Wort".	4 x	1	ja	ja	Potenzmenge	4^4	256
	4-stellige PIN oder Zahlenschloss mit 4 Ringen und je 10 Ziffern.	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	10^4	10.000
	4-stellige Binärzahl in Digitaltechnik (0,1): Bei k solcher Ziffern 2^k verschiedene Variationen.	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	2^4	16
	Gummibärchen-Orakel 1: Auswahl von 5 Bärchen aus Tüte (die 5 Δ Farben hat)	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	5^5	3.125
	Richtiges **Mastermind Spiel**	ja	1	ja	ja	Potenzmenge	6^4	1.296

© ANA LOGO 2015

	n-k-Variationen - ohne Zurücklegen - Ergebnismenge auch als Tupel	ja	1	nein	ja	Potenzmenge - minus 1	$\frac{n!}{(n-k)!}$ = $\binom{n}{k}$ ·k	
	Urnenmodell: 7 numerierte Kugeln, 3 Ziehungen ohne Zurücklegen	ja	1	nein *	ja	Potenzmenge - abnehmend	$\frac{7!}{(7-3)!}$	210
	Urnenmodell: 5 Kugeln, 3 Ziehungen o.Z., z. B. Ω = {(K1, K2, K3) ∈ {1,2,3,4,5}}	ja	1	nein *	ja	Potenzmenge - abnehmend	5! / (5-3)! = 5 · 4 · 3 (1. Ziehung 5 Möglichkeiten, dann nur noch 4, schließlich 3)	60
Werkzeug	**Problemstellung**	**Δ Elemente**	**# Stapel**	**Mit Zurücklegen = wiederholen**	**Beachtung Reihenfolge = geordnet**	**Berechnung # Möglichkeiten**	**Formel**	**# Möglichkeiten**
Kombination I	**Mit und ohne Wiederholung. Nicht alle Objekte werden ausgewählt. Reihenfolge spielt keine Rolle.**							
	n-k-Kombinationen - k kann wiederholt vorkommen.	ja	1	ja	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{n+k-1}{k}$ = $\frac{(n+k-1)}{k! \cdot (n-1)}$	
	Urne mit 8 numerierten Kugeln (n) , 5x Ziehen (k).	ja	1	ja	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{n+k-1}{n-1}$ = $\binom{8+5-1}{8-1}$	792
	Gummibärchen-Orakel 2: Auswahl von 5 Bärchen aus Tüte (die 5 Δ Farben hat)	ja	1	ja	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{n+k-1}{n-1}$	5 @ all same colour, 40 @ 2 Δ c., 60 @ 3 Δ c., 20 @ 4 Δ c.
	n-k-Kombinationen. "k aus n". Zählprinzip für Mengen. Wieviele Auswahlmöglichkeiten k aus Menge n? Gleichartige Möglichkeiten.	ja	1	nein	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{n}{k}$	
	# Möglichkeiten in einem n-Tupel genau k Plätze zu reservieren.	ja	1	nein	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{n}{k}$	
	Urne mit 10 Kugeln (n) , 6x Ziehen (k). Durch jede Ziehung reduziert sich # Kugeln in der Urne.	ja	1	nein	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{10}{6}$ = $\frac{10!}{6!\,(10-6)!}$	210

© ANA LOGO 2015

	Lotto	ja	1	nein	nein	Binomialkoeffizient (Mengenbetrachtung)	$\binom{49}{6} = \frac{49!}{6!\,(49-6)!}$	Bei 3 Ziehungen = 49 · 48 · 47
	Verschiedenartige Möglichkeiten. Unabhängige Auswahl. Kreuzprodukt.	ja	Δ	nein	nein	Produktmenge	|{a,b} x {1,2,3 }| = 2 · 3 = 6 |{1,2} x {1,2,3,4} x {1,2,3}| = 2 · 4 · 3 = 24	
	Mann hat 3 Jacken, 4 Hosen, 3 Krawatten, will an keinem Tag gleich gekleidet sein.	ja	Δ	nein	nein	Produktmenge	3 · 4 · 3	36
	Tanzveranstaltung 4 Mädels, 3 Jungen. Wieviele Tanzpaare?	ja	Δ	nein	nein	Produktmenge	4 · 3	12
Kombination II	**Mit und ohne Wiederholung. Nicht alle Objekte werden ausgewählt. Reihenfolge spielt keine Rolle.**							
	n-Tupel mit k Δ Elementen, die jeweils n1, n2, ... ,k-mal vorkommen mit n1 + n2 ... + nk = n.	ja	Δ	nein	nein	Fakultäts-Quotient	$\frac{n!}{n1!\ \cdot\ n2!\ \cdot \ldots \cdot\ nk!}$	
	Hypergeometrische Verteilung: **Urne** mit N Objekten. k Objekte mit bestimmter Eigenschaft.	ja	1	nein	nein	u.a. Binomialkoeffizient	$\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k} \,/\, \binom{N}{n}$	
	Hypergeometrische Verteilung: **Urne** 10 N Kugeln, 6 k rote, 4 weiße. Entnahme von 4 Kugeln (n=4). P (k = 2) ?	ja	1	nein	nein	u.a. Binomialkoeffizient	$\binom{6}{2} \cdot \binom{10-6}{4-2} \,/\, \binom{10}{4}$	
	Hypergeometrische Verteilung: 32 N Karten, **unbekannte** (!) k Buben. Entnahme von 3 Karten (n=3). P (k = 3) ?	ja	1	nein	nein	u.a. Binomialkoeffizient	$\binom{4}{3} \,/\, \binom{32}{3}$	0,08
	Hypergeometrische Verteilung: 32 N Karten, **unbekannte** (!) k Buben. Entnahme von 3 Karten (n=3). P für höchstens 1 Bube (k ≤ 1) ?	ja	1	nein	nein	u.a. Binomialkoeffizient	$\binom{28}{3} + \binom{4}{1}\binom{28}{2} \,/\, \binom{32}{3}$	96,53
	Basketballspieler trifft immer zu 80%. Wie ist P bei 10 Würfen 8 Treffer zu haben?				nein	Binomialkoeffizient	$\binom{10}{8} \cdot 0{,}8^{8} \cdot (1-0{,}8)^{10-8} = 0{,}3020$	

© ANA LOGO 2015